第一章

例8 标准解法有问题，未解决。

个人坐成一圈，一共枚硬币被分配给他们，但不必均分。一步操作指的是将一枚硬币在相邻的两人之间传递，找到一个算法使得通过最少的操作次数，所有人的硬币都一样多。

解：将个人编号，并用表示第个人的硬币数，令

考虑

显然当且仅当每个人都有个硬币。选择这个量的理由是因为，在与号人之间传递时，只变化了1，只有被影响了传递一枚硬币，因此比较好控制（除了在第1个人和第号人之间传递）。记

因为，我们总能通过在与号人之间传递硬币使得恰好减少1.，不妨设，取最小的使得，若则直接从传递到即可；否则，即有，是第一个负数，之后找到第一个正数，则，所以我们从m+1传递到m也可以使其递减，因此总能使X递减，即考虑第一个非零整数即可，则必然成立否则直接就是最终状态了

由于X的递减，没考虑第1个人和第号人之间传递的可能，接下来考虑能够在第1个人和第号人之间传递的情况，我们可以构造算法为：只要能通过在第1个人和第号人之间传递来减小则优先实行这样的操作，否则每步至少减少1。（如何证明这样得到的过程是最优的？之后再在第1个人和第号人传递可能减速更快？这个算法有问题，Aops上有反例，APMO1997,Problem 5）

例12 学生做法有问题，标答没问题。

第二章

习题3 好问题，理解1：图中三角形最少多少个，可覆盖所有边，未解决；理解2：算法给出的结果是否是最少的问题数，未解决。

考虑两个人的游戏，其中一人想一个的置换，另一个猜的人的任务是推理出这个置换（已知），每次允许选取置换中三个位置并被告知该三个位置的相对大小，例如对于置换，若猜的人选择位置，则另一人会告诉他第5个位置小于第1个位置小于第4个位置，请问猜的人最少问多少次才能保证置换总能被猜出。

解：改编自俄罗斯2005年数学竞赛level 9第4题，该卷还有一道类似问题level 10第3题，是每次可以问三个指标所对应的数集具体数字（不考虑次序），即，原题至少需要次，若问题次数严格小于，例如总共个问题，记第次问的数是，并记为这个数在所有问题中出现的次数的倒数，则，但是，否则说明其中有两个函数值为1，比如，则无法区分的顺序。所以，矛盾。  
  
下面再构造通用的个问题，只要问其中取遍中的所有奇数，再问一个即可。

理解1：对于这个新问题，即要求一个通用的问题序列，使得无论初始情形如何，都可以确定所有数，即任意两个数之间可以明确大小关系（这个理解是错的，事实上，策略可以是动态的，但这里引出了一个有趣的图论问题）。易得，任意位置都被访问了至少两次，若位置仅被问题问到，则或是是无法区分的。

即问一个点完全图至少用多少个三角形可以覆盖所有边，可以证明下界为，但是否可以构造一致的例子？更一般地可以去问一个点完全图至少用多少个点完全图可以覆盖所有边？也即元集至少用多少个元子集覆盖可以使得任意一对元素可以出现在同一个子集中？

理解2：策略可以是动态的，比如这样一个算法，在排好了个数的顺序后，加入另一个数，其中，我们可以在原先已经从小到大排好的个数中挑两个数，使得这两个数将其余个数截成三段（），其中每段数不超过个数，而一个问题只要问，就可以确定在哪一段中，在该段中继续递归，所以一共只要个问题，就可以将定位；

设，用表示问题个数，则



.

但怎么证明这是最少的通用的算法？

习题6，没验证完

习题9 未解决

在一个正方形棋盘的每一格上放一盏灯，每一次操作可以选定一格，改变这格与其相邻的格的状态（相邻的格即有一条公共边的格），求证无论初始状态如何，总能经过有限步操作使得所有灯都变成关闭状态。

考虑行列式，只要证明行列式为即可，即满秩，行列式可以用原始定义展开，每行每列取一个1，这个1对应于棋盘上的一些“有向圈”，他们遍历棋盘，因为正方形二面体群（旋转翻着）是8阶的，所以作用下的轨道元素都是偶数，除了不动的轨道，所以只要考虑不动的轨道数，即旋转翻着下都对称的轨道数，而圈的顺时针和逆时针的对称又是偶数阶的，所以只要考虑所有由长度为1或2的圈遍历的图有多少个即可。

然而满秩的话线性映射是单射，但是操作

oxxo

xoox

xoox

oxxo

与

oooo

oooo

oooo

oooo

是一样的，所以结论对是不成立的，一般是不是对？